

وزارة التعليم العالي

الامتحان النهائي

الاسم

جامعة البعث

لمقرر تحليل (2) - السنة الأولى رياضيات

الدرجة 100

كلية العلوم

الفصل الأول لعام 2014 - 2015

المدة ساعة ونصف

أجب عن الأسئلة التالية :

السؤال الأول (24 درجة) : أكتب الجواب النهائي لقيم التكاملات الآتية :

$$1 - I = \int \ln|x| dx , \quad 2 - I = \int \sqrt{1-x^2} dx$$

$$3 - I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}} , a \neq 0$$

السؤال الثاني (26 درجة) : أحسب قيمة التكاملات الآتية :

$$1 - I = \int \frac{x+3}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx , \quad 2 - I = \int \frac{x+\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x}}{\sqrt{x}} dx$$

السؤال الثالث (26 درجة) : (أ) أحسب التكامل المحدد الآتي بعد التأكد من وجوده :

$$\int_0^1 \frac{dx}{x+\sqrt{1-x^2}}$$

(ب) أوجد طول المنحني المعطى بالمعادلات الآتية :

$$x = \cos^3 \theta , \quad y = \sin^3 \theta , \quad 0 \leq \theta \leq 2\pi$$

السؤال الرابع (24 درجة) : أدرس تقارب أو تباعد التكاملين المعتلين الآتيين وعين القيم في حال التقارب .

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} , \quad \int_1^\infty \frac{dx}{x^2(1+e^{-x})}$$

انتهت الأسئلة

مدرسا المقرر

حصص في 2015/2/1 مع أطيب الأمنيات بالتوفيق والنجاح

د. منير مخلوف

د. نجوى الجيجكلي

سبعة طرق لتبسيط التكامل

مثال الأول:

$$I = \int \ln|x| dx$$

$$dx = e^t dt \quad \leftarrow x = e^t \quad \leftarrow \ln|x| = t$$

نقطة ١

$$I = \int \ln|x| dx = \int t e^t dt = \left(\frac{u}{v} \right) = t e^t - \int e^t dt = t e^t - e^t = \boxed{x(\ln|x| - 1) + C}$$

$$I = \int \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\leftarrow I = \int \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt \quad \leftarrow x = \sin t \quad \text{نقطة ٢}$$

$$I = \int \sqrt{1-\sin^2 t} \cos t dt = \int \cos^2 t dt = \int \frac{1+\cos 2t}{2} dt = \int \left[\frac{1}{2} dt + \frac{\cos 2t}{2} \right] dt$$

$$= \frac{1}{2} t + \frac{1}{4} \sin 2t + C = \boxed{\frac{1}{2} \arcsin x + \frac{1}{4} \sin 2(\arcsin x) + C}$$

$$I = \int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a}}$$

$$\leftarrow t = x + \sqrt{x^2+a} \quad \text{نقطة ٣}$$

$$1t = dx + \frac{x dx}{\sqrt{x^2+a}} = dt + \frac{x dx}{\sqrt{x^2+a}} \Rightarrow \sqrt{x^2+a} dt = dx (\sqrt{x^2+a} + x)$$

$$dx = \frac{\sqrt{x^2+a}}{\sqrt{x^2+a} + x} dt \Rightarrow I = \int \frac{\sqrt{x^2+a}}{(\sqrt{x^2+a} + x) \sqrt{x^2+a}} dt = \int \frac{dt}{\sqrt{x^2+a} + x} = \int \frac{dt}{t} = \ln|t| + C$$

$$\boxed{\ln|t| + C = \ln|x + \sqrt{x^2+a}| + C}$$

بالخطية:

$$\frac{-x^2-4x+5}{(-2x-4)} = -\frac{1}{2}(-2x-4) + (3-2) = x+3$$

$$= -\frac{1}{2}(-2x-4)+1$$

$$I = -\frac{1}{2} \int \frac{-2x-4}{\sqrt{5-4x-x^2}} dx + \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}} \quad , \quad t = 5-4x-x^2$$

$$\text{فإن } \int \frac{dt}{\sqrt{t}} = -\frac{1}{2} \int t^{-1/2} dt = -\sqrt{t} = -\sqrt{5-4x-x^2}$$

$$\text{فإن } \int \frac{dx}{\sqrt{5-4x-x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{-(x^2+4x+4)+9}} = \int \frac{dx}{\sqrt{9-(x+2)^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{3^2-(x+2)^2}}$$

$$I = -\sqrt{5-4x-x^2} + \arcsin \frac{x+2}{3} + C$$

$$- I = \int \frac{x + \sqrt{x^2 - 4x}}{\sqrt{x}} dx, \left(\frac{\sqrt{x} - x^{1/2}}{\sqrt{x} - x^{1/2}} \right), t = x^{1/2} \rightarrow t^2 = x$$

بالخطية والخطية

$$dx = 2t dt \rightarrow I = 12 \left[\frac{t^{18}}{18} + \frac{1}{4} t^{14} - \frac{1}{8} t^6 \right] + C$$



كلية العلوم - قسم الرياضيات - قسم تحليل رياضيان - الدرجة : ٥٥

المسألة الأولى (المسألة الثانية)

معاينة المسألة (أ) لحساب التكامل :
 $\int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$ عند $x=0$ وعند $x=1$

أ) الدالة المتكاملة :
 $f(x) = \frac{1}{x + \sqrt{1-x^2}}$ مستمرة على المجال $[0, 1]$

وبما أن الدالة متصلة على المجال $[0, 1]$ ، فإن التكامل موجود

وبما أن الدالة متصلة على المجال $[0, 1]$ ، فإن التكامل موجود

كلما كان : $x=0 \Rightarrow t=0$ و $x=1 \Rightarrow t=\frac{\pi}{2}$

وبما أن الدالة متصلة على المجال $[0, 1]$ ، فإن التكامل موجود

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{x + \sqrt{1-x^2}}$$

بمعنى الشكل :

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t} dt$$

إذا كان إذا فرضنا من جديد أن : $t = \frac{\pi}{2} - u$ ، متجه أن :
 $dt = -du$

من أجل : $u = \frac{\pi}{2}$ ، يكون : $t=0$ ، ويكون : $u=0$ ، يكون : $t=\frac{\pi}{2}$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t} dt = - \int_{\frac{\pi}{2}}^0 \frac{\sin u}{\cos u + \sin u} du = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin u}{\cos u + \sin u} du$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sin t + \cos t} dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin t}{\cos t + \sin t} dt \Rightarrow$$

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t + \sin t}{\sin t + \cos t} dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dt = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$$



السؤال الرابع : لدراسة تقارب أو تباعد السكامل المعتدل :

[24] أريدون معاً

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$$

نلاحظ أنه توجد للعالمة السكاملة نقطة شاذة : $x=1$
لذلك نكتب السكامل المعروض بالصيغة :

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} + \int_1^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$$

وتكن :

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \lim_{a \rightarrow 1^-} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{3}{2} \lim_{a \rightarrow 1^-} [(a-1)^{\frac{2}{3}} - (-1)^{\frac{2}{3}}] = -\frac{3}{2}$$

12

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \lim_{b \rightarrow 1^+} \int_b^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{3}{2} \lim_{b \rightarrow 1^+} [(x-1)^{\frac{2}{3}} \Big|_b^4] = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = \frac{3}{2} \sqrt[3]{3}$$

لذلك السكامل المعروض متقارب ومجموعه متقارب :

$$\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}} = -\frac{3}{2} + \frac{3}{2} \sqrt[3]{3} = \frac{3}{2} (-1 + \sqrt[3]{3}) = \frac{3}{2} (\sqrt[3]{9} - 1)$$

لذلك لدراسة تقارب أو تباعد السكامل المعتدل :

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2(1+e^{-x})}$$

نلاحظ أنه من أجل : $x \geq 1$ يكون لدينا :

$$x^2(1+e^{-x}) > x^2 \Rightarrow \frac{1}{x^2(1+e^{-x})} < \frac{1}{x^2}$$

12

$$\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2} = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_1^b \frac{dx}{x^2} = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{x} \Big|_1^b \right] = \lim_{b \rightarrow \infty} \left[-\frac{1}{b} + 1 \right] = 1$$

وبالتالي نستنتج من معيار المقارنة نجد أن السكامل المعروض متقارب .
ويمكن تطبيق اختبار النسبة للحصول على نفس النتيجة .

مدرس المقرر :

د. منير مخلوف

معلم

(3)

(د) إن المحني المنحني هو المستوي وبتقدير طول هذا المحني توجد طول ربع المحني

نظروا الناتج في 4 حيث : $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ كما أنه منحنى متناظر بالنسبة للمحوروالمحور x وطول ربع الدال $(\frac{\pi}{2}, 0)$ مستقيمة ومماثلة للمماسلة كما فيكونهذا المحني طول L بحسب ما نلاحظ

$$L = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{[x'(\theta)]^2 + [y'(\theta)]^2} d\theta$$

ونحن لدينا :

$$x'(\theta) = 3 \cos^2 \theta (-\sin \theta) = -3 \cos^2 \theta \sin \theta$$

$$y'(\theta) = 3 \sin^2 \theta (\cos \theta) = 3 \sin^2 \theta \cos \theta$$

وبالتعويض فإن :

$$L = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{[x'(\theta)]^2 + [y'(\theta)]^2} d\theta$$

ونحن

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{9 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + 9 \sin^2 \theta \cos^2 \theta} d\theta =$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3 |\cos \theta \sin \theta| d\theta = 3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \theta \cos \theta d\theta =$$

$$= \frac{3}{2} \left[\sin^2 \theta \right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2} (1 - 0) = \frac{3}{2}$$

$$L = 4 \times \frac{3}{2} = 6 \quad \text{وهذا طول}$$

مماذا ؟ البراءة المنحني المقروص هو : $L = 6$ وحدة طول

السؤال الأول (24 درجة) (أ) احسب التكامل الآتي : $I_1 = \int \frac{x^2 dx}{(x^2 + 1)^2}$

(ب) احسب التكامل الآتي : $I_2 = \int \sqrt{a^2 - x^2} dx$ ، $|x| \leq a$

واستخدم النتيجة لحساب التكامل : $I_3 = \int \sqrt{3 - 4x^2} dx$

السؤال الثاني (36 درجة) احسب التكاملات الآتية :

$$\int \frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt[3]{x})^2}{x} dx, x > 0 \quad , \quad \int \frac{e^{2x} + 3e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}} dx \quad , \quad \int \frac{dx}{1 + \cosh^2 x}$$

السؤال الثالث (26 درجة) : حدد طبيعة التكاملات المعطاة الآتية :

$$\int_0^{\pi} e^{-x} \cos x dx \quad , \quad \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+4e^x}}$$

السؤال الرابع : (4 درجة) : أكتب مبراهنة للمنحنى المعطى بشعالات الآتية :

$$x = 2 \cos^3 t \quad , \quad y = 2 \sin^3 t \quad , \quad 0 \leq t \leq 2\pi$$

استاذ المقرر:

د. مثير مخلوف

إنتهت الأسئلة

مع تهنيتي بالتوفيق والنجاح

حمص في 2013/6/13

مادة لغت
تاريخ العلم - قسم الرياضيات
المادة الثانية لعام ٢٠١٩ - ٢٠١٩
السنة الأولى رياضيات

حواله السؤال الأول: (أ) لمياء:

24

$$I_1 = \int \frac{x^2}{(x^2+1)^2} dx = \int \frac{x^2+1-1}{(x^2+1)^2} dx = \int \frac{dx}{x^2+1} - \int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

$$= \arctan x - \int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

ونظن من المعلوم أن:

$$I_n = \frac{1}{2n-3} \left[(-2n-3) I_{n-1} + \frac{x}{(x^2+1)^{n-1}} \right]$$

$$\int \frac{dx}{(x^2+1)^2}$$

وعليه فإن الكلام:

نكون عليه وقت القانون السابق حيث أن: $n=2$ و $n=1$ و بالتعويض نحصل على:

$$\int \frac{dx}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{2 \cdot 1^2 (2-1)} \left[(2-3) I_1 + \frac{x}{x^2+1} \right] = \frac{1}{2} \left[\arctan x + \frac{x}{x^2+1} \right]$$

فإن:

$$I_1 = \arctan x - \frac{1}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \frac{x}{(x^2+1)} + C$$

$$= \frac{1}{2} \arctan x - \frac{1}{2} \frac{x}{(x^2+1)} + C$$

وبعد إذن نلاحظ أن المسألة معروفة على الفترة $[-a, +a]$ حيث $a > 0$ حيث $x = a \sin t$

$$x = a \sin t \Rightarrow dx = a \cos t dt \quad t \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right] \quad a > 0$$

$$dx = a \cos t \quad \sqrt{a^2 - x^2} = a \cos t$$

بذلك يكون:

$$I_2 = \int \frac{a^2 \cos^2 t}{a^2} dt = \int \cos^2 t dt = \int \frac{1 + \cos 2t}{2} dt = \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{2} + C$$

وبالتالي:

$$\sin t = \frac{x}{a} \quad \cos t = \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{a}$$

$$\frac{1}{2} \sin 2t = \sin t \cos t = \frac{x \sqrt{a^2 - x^2}}{a^2}$$

$$I_2 = \int \sqrt{a^2 - x^2} dx = \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} + \frac{a^2}{2} \frac{x \sqrt{a^2 - x^2}}{a^2} + C$$

وعليه فإن:

(٤)

شكل خاص لحساب التكامل :

نلاحظ أن :

$$I_2 = \int \sqrt{3-4x^2} dx$$

$$I_2 = \int \sqrt{3(1-\frac{4}{3}x^2)} dx = \sqrt{3} \int \sqrt{1-(\frac{2}{\sqrt{3}}x)^2} dx$$

و نلاحظ :

$$dt = \frac{2}{\sqrt{3}} dx \rightarrow dx = \frac{\sqrt{3}}{2} dt \quad \text{حيث أن } \frac{2}{\sqrt{3}}x = t$$

وبالتعويض في التكامل المقترح

يؤخذ الحث التكامل التالي :

$$I_2 = \frac{3}{2} \int \sqrt{1-t^2} dt = \frac{3}{2} \left[\frac{1}{2} \arcsin t + \frac{t\sqrt{1-t^2}}{2} \right] + C \rightarrow$$

3

$$I_2 = \frac{3}{4} \arcsin \frac{2x}{\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{3-4x^2}}{2} + C$$

جواب السؤال الثاني : لحساب التكامل ، $x > 0$ ف $\int \frac{(\sqrt{x} - 2\sqrt{x})^2}{x} dx$ 36 سوبرسترون فقط

نلاحظ أن التكامل المقترح يكتب بالسرعة :

$$\int x^{-\frac{1}{2}} (x^{\frac{1}{2}} - 2x^{\frac{1}{2}})^2 dx = \int x^{-\frac{1}{2}} (-2 + x^{\frac{1}{2}})^2 dx$$

3

$$n = \frac{1}{6} \quad m = -\frac{1}{3} \quad p = 2$$

$$x = t^6 \quad \text{أو} \quad t = \sqrt[6]{x}$$

لذا نلاحظ أن :

$$dx = 6t^5 dt \quad \text{وبالتعويض في التكامل}$$

$$\begin{aligned} 11 \int x^{-\frac{1}{2}} (-2 + x^{\frac{1}{2}})^2 dx &= \int t^{-2} (-2 + t)^2 6t^5 dt = 6 \int t^{-2} (t^2 - 4t + 4) t^5 dt = \\ &= 6 \int t^5 dt - 24 \int t^4 dt + 24 \int t^3 dt = \\ &= t^6 - \frac{24}{5} t^5 + \frac{24}{4} t^4 + C = x - \frac{24}{5} x^{\frac{5}{6}} + 6x^{\frac{2}{3}} + C \end{aligned}$$

5

$$\int \frac{e^{2x} + 3e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}} dx$$

الآن لحساب التكامل :

$$(t > 0) \quad dx = \frac{dt}{t} \quad \text{حيث أن } t = e^x \quad dt = e^x dx$$

وبالتعويض في التكامل :

$$4 \int \frac{e^{2x} + 3e^x}{\sqrt{e^{2x} + e^x + 1}} dx = \int \frac{t+3}{\sqrt{t^2+t+1}} \frac{dt}{t} = \int \frac{t+\frac{3}{t}}{\sqrt{t^2+t+1}} + \frac{3}{2} \int \frac{dt}{\sqrt{t^2+t+1}}$$

(3)

المسألة: نلاحظ على الدالة $f(x)$ أن البسط هو مشتق ما تحت الجذر بعد أن نضرب به 2.

ونقسم على (2) ونطبع مارش 1

$$\frac{1}{2} \int \frac{t+1}{\sqrt{t^2+t+1}} dt = \frac{1}{2} \int \frac{d(t^2+t+1)}{\sqrt{t^2+t+1}} = \sqrt{t^2+t+1} = \sqrt{e^{2x}+e^x+1}$$

أيضاً بالنسبة للمقام الثاني لدينا:

$$\int \frac{dt}{\sqrt{t^2+t+1}} = \int \frac{d(t+\frac{1}{2})}{\sqrt{(t+\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}} = \ln \left| (t+\frac{1}{2}) + \sqrt{t^2+t+1} \right| + C$$

$$= \ln \left| (e^x + \frac{1}{2}) + \sqrt{e^{2x}+e^x+1} \right|$$

ملوظن 1

$$\int \frac{e^{2x}+3e^x}{\sqrt{e^{2x}+e^x+1}} dx = \sqrt{e^{2x}+e^x+1} + \frac{5}{2} \ln \left| (e^x + \frac{1}{2}) \sqrt{e^{2x}+e^x+1} \right| + C$$

$$\int \frac{dx}{1+\cos^2 x}$$

أيضاً بالنسبة للمقام:

$$\tan x = t \Rightarrow dx = \frac{dt}{1-t^2}$$

نفرض أن:

ومن جهة ثانية لدينا:

$$\frac{1}{\cos^2 x} = 1 - \tan^2 x = 1 - t^2 \Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{1-t^2}$$

وبالمعكوسية من المقام على المفروض عند:

$$\int \frac{dx}{1+\cos^2 x} = \int \frac{dt}{2-t^2} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{\tan x + \sqrt{2}}{\tan x - \sqrt{2}} \right| + C$$

(4)

سؤال المسألة

أشكالاً أخرى

يمكن استخدام طريقة التكامل بالاشتراك مع بعض التحويلات
 $f(x) = e^{-x}$ $g(x) = \sin x$

$$f'(x) dx = -\cos x dx \quad g(x) = \sin x$$

$$f(x) dx = -e^{-x} dx$$

وبالتعويض نحصل أن

$$\int_0^u e^{-x} \cos x dx = \left[-e^{-x} \sin x \right]_0^u + \int_0^u e^{-x} \sin x dx$$

أيضاً الدالة: $f(x) = e^{-x}$ و $g(x) = \cos x$

فالتكامل بالاشتراك في الفترة $[0, \infty)$ نحصل أن:

$$\lim_{x \rightarrow \infty} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow \infty} (e^{-x} \cos x) = 0$$

(المركبة محدودة ومحدودة)

وعليه فإن التكامل بالاشتراك يعطينا

$$\int_0^u e^{-x} \cos x dx = \left[-e^{-x} \sin x \right]_0^u + \int_0^u e^{-x} \sin x dx$$

$$\int_0^u e^{-x} \sin x dx = \left[-e^{-x} \cos x \right]_0^u + \int_0^u e^{-x} \cos x dx$$

$$2 \int_0^u e^{-x} \cos x dx = \left[-e^{-x} (\sin x - \cos x) \right]_0^u$$

وبالتعويض نحصل أن

$$2 \lim_{u \rightarrow \infty} \int_0^u e^{-x} \cos x dx = \lim_{u \rightarrow \infty} [e^{-u} (\sin u - \cos u)] = 1$$

لذلك فإن $\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx = \frac{1}{2}$

$$\int_0^{\infty} e^{-x} \cos x dx = \frac{1}{2}$$

وهذا يعني أن التكامل بالاشتراك مع التكامل بالاشتراك يعطينا

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x+4x^3}} dx$$

أشكالاً أخرى

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+4x^3}} \quad x=0$$

$$\frac{1}{\sqrt{x+4x^3}} < \frac{1}{\sqrt{x}} \quad \forall x \in [0, 1]$$

(5)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{dx}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left[2\sqrt{x} \right] = \lim_{x \rightarrow 0^+} [2 - 2\sqrt{x}] = 2$$

وبالتالي حسب اختيار المتكامل نجد أن التكامل المعطل المفرد في متقارب وبتقريبه الصفر أو سكونه في

$$\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+4}} \leq 2$$

بواسطة المسألة البراجم: في الحقيقة المفرد في هذه الحالة سكونه في صفر متقارب إلى الصفر أو سكونه في

(14) أو شيء آخر

$$x' = 6 \cos^2 t \sin t$$

$$y' = 6 \sin^2 t \cos t$$

والمعروف في المعادلات:

$$S = \frac{1}{2} \int (x y' - y x') dt$$

نجد أن:

$$S = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} [12 \sin^2 t \cos^3 t + 12 \cos^3 t \sin^3 t] dt =$$

$$= 6 \int_0^{2\pi} \sin^2 t \cos^2 t dt = 6 \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} \sin^2 2t \right) dt$$

$$= 6 \int_0^{2\pi} \left[\frac{1}{4} \frac{1 - \cos 4t}{2} \right] dt = \frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 4t \right) dt$$

$$= \frac{3}{4} \left[t \right]_0^{2\pi} - \frac{3}{4} \left[\frac{1}{4} \sin 4t \right]_0^{2\pi} =$$

$$= \frac{6\pi}{4} = \frac{3\pi}{2}$$

وهذه هي النتيجة

استاذ المقرر: